Тип работы: Курсовая работа

Предмет: Высшая математика

Оглавление
Введение 3
Глава 1. Задача о преследовании в системе хищник-жертва 5
Глава 2. Математическая постановка задачи 14
Глава 3. Анализ работы алгоритма 23
Глава 4. Формируемые компетенции 37
Заключение 38
Литература 40

Введение

Актуальность задачи о преследовании связана с тем, что в рассматриваемой двумерной постановке задача о преследовании может быть модельной для целого ряда практических задач в области транспорта, сетевых технологий и информационной безопасности, машинного обучения. С помощью задачи о преследовании могут быть решены задачи поиска в криптографии и поведенческом анализе в социологии, задачах межвидового взаимодействия и других областях.

В работе рассматривается задача в базовой постановке, допускающей различные модификации уравнений и начальных условий, что делает решение задачи актуальной для многих вариантов практического применения.

Объектом исследования является задача о погоне в системе хищник-жертва.

Предметом исследования является математическая постановка задачи и анализ полученного решения.

Целью работы является численное решение задачи о преследовании в системе хищник-жертва и его анализ при различных модификациях начальных условий задачи.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

• Осуществить математическую постановку задачи;
• Сформулировать алгоритм численного решения;
• Создать программную реализацию данного алгоритма;
• Получить решение задачи для разных начальных условий и параметров задачи;
• Провести виртуальное роботехническое моделирование;
• Провести анализ полученных результатов.

Работа содержит 29 страниц, состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 17 наименований.

Первая глава содержит литературный обзор и теоретические сведения, касающиеся постановки задачи и общих принципов решения подобных задач. Вторая глава содержит формальную математическую постановку задачи, описание использованных технических средств для её решения, визуализации и анализа полученных данных, третья глава описывает результаты численного моделирования.

Глава 1. Задача о преследовании в системе хищник-жертва

Работа посвящена изучению задачи преследования—уклонения с участием одного убегающего и одного преследователя. Данный класс задач относится к задачам принятия решения в условиях конфликтного взаимодействия.

Теория конфликтно управляемых процессов представляет собой интенсивно развивающийся раздел современной математики. В данной теории исследуются задачи управления динамическими процессами в условиях конфликта, который предполагает наличие двух или более сторон, способных воздействовать на процесс с противоположными или несовпадающими целями и оптимизировать заданные функционалы качества процесса. Динамические процессы могут описываться дифференциальными, интегральными,

разностными, гибридными и другими уравнениями.
Конфликтно управляемые процессы, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями, называют дифференциальными играми ([1]), термин был введен Р.Айзексом — одним из основоположников теории дифференциальных игр.
Становление теории дифференциальных игр относится к началу 60-х годов XX века и связано с именами советских и зарубежных математиков Н.Н. Красовского, Л.С. Понтрягина, Л.А. Петросяна, Б.Н. Пшеничного, Р. Айзекса, У. Флеминга.
Простым движением в задачах преследования называется движение участников, которые имеют возможность в каждый момент времени выбирать скорость своего движения. Задачи с простым движением изобилуют интересными результатами, которые стали основой в построении современной теории дифференциальных игр. Существенную роль в изучении задач простого преследования играют геометрические конструкции. Умение решать задачи простого преследования позволяют успешно перейти к решению более сложных игровых задач.

Решение задачи о преследовании заключается в ответе на вопрос: может ли одно из тел догнать другое, и если может, то в какой точке пространства и в какой момент времени это произойдет?
При аналитическом способе решения задачи «погоня» момент окончания погони и координата места погони определяются из равенства координат в законах движения тел, записанных в аналитическом виде. Но аналитическое решение может быть получено не всегда, кроме того, в практических задачах точное решение может быть и не важно, тогда можно получить численное решение в виде «кривой погони», которого будет достаточно.
В 1732 г. Буге опубликовал Мемуар «О новых кривых, которые могут быть названы кривыми преследования». Задача состояла в определении кривой, но которой должно двигаться судно, преследующее другое судно, совершающее прямолинейное движение, если отношение скоростей судов постоянно. Такую кривую Буге назвал кривой преследования или кривой погони.
В том же томе Мемуаров за 1732 г. помещена короткая заметка Мопертюи «О кривых преследования», продолжающая поднятую Буге тему. Автор отмечает, что для кривой преследования ее дуга пропорциональна резекте, то есть части абсциссы, взятой от начального до конечного положения касательной. Из этого условия Мопертюи получает уравнение Буге. Далее он формулирует более общую задачу найти кривую преследования для произвольной (не прямолинейной) траектории преследуемого корабля.
Исследования по теории корабля И. Бернулли, Буге, Камю получили дальнейшее теоретическое и экспериментальное развитие в работах Даламбера, Кондорсе, Боссю. Их прикладной аспект, в связи с прогрессом судостроения и прочих разделов техники, ныне утратил свою актуальность. Но их теоретическое значение как сферы применения понятий и законов механики, как источника формирования понятий устойчивости и неустойчивости равновесия и движения тел, ставших позднее основой теории устойчивости движения, по-прежнему велико.
Задача построения кривой погони впервые встала при выборе курса судна с учётом внешних факторов (боковых ветров, течения) для оптимального достижения точки цели путешествия, и вновь эта проблема возникла при использовании в военных целях подводных лодок, торпед, а позднее и управляемых ракет, с целью достижения и поражения движущихся целей. Кроме того, кривая погони применяется в космической навигации.
Основной задачей системы самонаведения ракеты считается обеспечение попадания её в цель или перехват цели с минимальным промахом. Поскольку у управляемых ракет имеется возможность изменять траекторию полёта ракеты сразу же после пуска, то существует множество траекторий, при движении по которым самонаводящаяся ракета поразит цель. Но на практике стараются выбрать ту из них, которая при данных условиях стрельбы обеспечивает наибольшую вероятность поражения цели.
Условие, положенное в основу работы системы наведения ракеты, называется методом наведения. Метод наведения определяет теоретическую траекторию движения ракеты. Выбранный метод наведения реализуется, как правило, с помощью вычислительного устройства, которое получает информацию об относительном положении ракеты и цели, о скоростях и направлениях их движения. На основе этой информации вычисляется желательная траектория движения ракеты и определяется наиболее выгодная точка встречи её с целью. По результатам вычислений формируются команды управления, поступающие на рули управления. Рули управляют ракетой по заданному закону. Одним из методов наведения ракет является использование математических зависимостей, которыми описывается кривая погони.

В общем случае задача о преследовании формулируется для нескольких преследователей и преследуемых, она носит название «Задача про мышей» — математическая головоломка, по условию которой несколько мышей (или комаров, собак, ракет), расположены в углах правильного многоугольника. Каждая мышь начинает двигаться в направлении ближайшего соседа (по часовой стрелке или против часовой стрелки). В задаче требуется определить момент времени, когда мыши встретятся.
Наиболее распространённый вариант задачи — когда мыши начинают двигаться из углов единичного квадрата, причём скорость мышей одинакова. В этом случае все они встречаются в один и тот же момент времени, поскольку расстояние между двумя соседними мышами всегда уменьшается, а скорость постоянна. В общем, для правильного многоугольника с n сторонами, расстояние между соседними мышами уменьшается со скоростью $1 - \cos(2\pi/n)$, и таким образом, они встретятся через время $1/(1 - \cos(2\pi/n))$.
Для всех правильных многоугольников мыши двигаются по логарифмической спирали, которая сходится в центре многоугольника. При увеличении количества мышей, и если мыши движутся в направлении не своих ближайших соседей, определить их траектории сложнее.

Литература

1. Альбус, Дж. Аналитический метод решения игровой задачи о «мягкой посадке» для движущихся объектов. / Дж. Альбус [и др.] // Кибернетика и системный анализ. — 2001. — № 1 — С. 97 – 115.
2. Бельченко Ю. И., Гилев Е. А., Силагадзе З. К. Механика частиц и тел в задачах. Новосибирск, 2006.
3. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. М.: НТЦ Владис, 1977.
4. Ким Д.П. Методы поиска и преследования подвижных объектов. М.: Наука, 1989.
5. Литлвуд Дж. Математическая смесь. М.: Наука, 1990.
6. Муниб, М. Б. Использование модифицированного метода НелдераМида для численного решения задачи мягкой посадки в теоретико-игровой постановке. [Электронный ресурс] / М. Б. Муниб // Инженерия программного обеспечения — 2012 — № 3 – 4 (11 – 12), — С. 27 – 30. Режим доступа: http://irbis-nbuv.gov.ua/cgibin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe?C21COM=2&I21DBN=UJRN&P21DBN=UJRN&IMAGE_FILE_DOWNLOAD=1&Image_file_name=PDF/Ipz_2012_3- 4_6.pdf
7. Ольховский И. И., Павленко Ю. Г., Кузьменков Л. С. Задачи по теоретической механике для физиков. М., 1977.
8. Очков В. Ф. Живые кинематические схемы в Mathcad // Открытое образование. — 2013. — № 3. URL: http://twt.mpei.ac.ru/ochkov/Mathcad-15/ kinematic.html.
9. Очков В. Метод Эйлера в задаче преследования // Электронный документ, режим доступа: http://twt.mpei.ac.ru/ochkov/Wolf-Hare.pdf
10. Очков В.Ф., Богомолова Е.П. Это страшное слово дифуры… // Информатика в школе. №1. 2015. С. 55-58. URL: http://twt.mpei.ac.ru/ochkov/ODE.pdf 4.
11. Очков, В. Ф., Васильева, И. Е. (2019). Применение разностных схем к решению задачи о погоне. Труды СПИИРАН, 18(6), 1407-1433. https://doi.org/10.15622/sp.2019.18.6.1407-1433
12. Очков В. Ф., Калинина А. В. По порядку становись! // Информатика в школе. № 3 за 2017 г. С. 56-62. URL: http://twt.mpei.ac.ru/ochkov/sort.pdf
13. Очков В.Ф., Фалькони А.Д. Семь вычислительных кривых или Велосипед Аполлония // Cloud of Science. 2016. Т. 3. № 3. С. 397-418. URL: http://twt.mpei.ac.ru/ochkov/7-curves.pdf
14. Петров Н.Н. Задачи преследования при отсутствии информации об убегающем. Дифф. уравнения 1982. т.18 №5 С.1345-1352.
15. Понтрягин, Л. С. Линейные дифференциальные игры преследования / Л. С. Понтрягин // Математический сборник. 1980. — Т. 112. — № 3.
16. Силагадзе З. К., Чащина О. И. Задача преследования зайца волком как упражнение элементарной кинематики // Вестник НГУ. № 2. 2010 г. С. 111-115. URL: http://www.phys.nsu.ru/vestnik/catalogue/2010/02/Vestnik_NSU_10T5V2_p111_p115.pdf 2.
17. Чикрий, А. А. Игровая задача о «мягкой посадке» для систем второго порядка / А. А. Чикрий, А. А. Белоусов // Современная математика и ее приложения. — 2005. — Том 23. С. 166 – 180.
18. Pták P., Tkadlec J. The Dog-and-Rabbit Chase Revisited // Acta Polytechnica. 1996. Vol. 36. pp. 5–10. URL: ftp://math.feld.cvut.cz/pub/tkadlec/papers/tdarcr.pdf 3.