Тип работы: Глава диплома

Предмет: Геометрия

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Понятие функциональной зависимости одно из важнейших понятий современной математики при исследовании явлений и процессов природы, решении технических задач и т.д.
Среди различных способов представления функций: аналитического, табличного, словесного или графического наиболее распространенное значение приобрел графический способ – иногда он составляет единственно возможный способ представления функции.
Понятие линии определилось в сознании человека в доисторические времена. Траектория брошенного камня, струя воды, лучи света, очертания цветов и листьев растений, извилистая линия берега реки и моря и другие явления природы привлекали внимание наших предков и, наблюдаемые многократно, послужили основой для постепенного установления понятия линии.
Исторические памятники глубокой древности показывают, что у всех народов в известной степени их развития имелось понятие окружности, не говоря уже о прямых линиях. Применялись примитивные инструменты для построения этих линий и были попытки измерять площади, ограничиваемые прямыми и окружностью. Но только с возникновением математики как науки стало развиваться учение о линии, достигшей в трудах греческих математиков высокого совершенства.
1637 год – одна из великих дат в истории математики – год появления книги Рене Декарта «Геометрия», в которой были изложены основы метода координат. Открытие этого способа для исследования кривых было фактом первостепенного значения.
В основе классификации кривых лежит природа их уравнений – разделение уравнений на алгебраические и трансцендентные. Однако обратим внимание, что природа уравнения кривой зависит не только от природы самой кривой, но и от системы координат, к которой отнесена кривая. Та самая кривая в одной системе координат может выражаться алгебраическим уравнением, а в другой – трансцендентным. Однако иногда достаточно изменить положение системы и алгебраической уравнения кривой становится трансцендентной.
Алгебраические кривые в свою очередь делят на кривые разных порядков. Порядок кривой определяется самой высокой степенью ее уравнения.
Алгебраической кривой -го порядка называется кривая, уравнение которой после освобождения его от дробей и радикалов записывается в декартовой системе координат в виде

Приведем некоторые общие теоремы об алгебраических кривых.
1. Порядок алгебраической кривой не зависит от положения этой кривой по отношению к системе координат.
2. Две несводимые алгебраические кривые, одна из которых имеет порядок , а вторая – , пересекаются не

более чем в точках.
3. Алгебраическая кривая -го порядка определяется точками.
4. Каждая кривая -го порядка, проходящая через точек, проходит также через точек плоскости, положение которых зависит от положения заданных точек .
5. Если на каждой прямой, проходящей через данную точку , найти точку так, чтобы , где – точки пересечения прямой с кривой -го порядка, то геометрическое место точек P представляет собой прямую линию.

1. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ II ПОРЯДКА

Алгебраической кривой второго порядка кривая , уравнение которой в декартовой системе координат имеет вид:

(1)
Пусть в ПДСК задано уравнение второго порядка вида (1). Тогда существует декартовая система координат, в которой это уравнение принимает один из следующих 9 канонических видов:
, , ,
, ,
, ,

В соответствии с этим существует семь классов линий второго порядка:
1) эллипсы
3) точки (пары воображаемых пересекающихся прямых)
4) гиперболы
5) пары действительных пересекающихся прямых
6) параболы
7) пара параллельных прямых
9) прямые

Эллипс. Кривая второго порядка, которая в некоторой ПДСК задается уравнением
, ,
(2)

при условии называется эллипсом, уравнение (2) – каноническим уравнением эллипса, а соответствующая ПДСК – канонической.
Замечания. Если , то (2) задает круг.
1.1) Знак совпадает со знаками и .

уравнение воображаемого эллипса.

Уравнение пары мнимых прямых, пересекающихся в точке .
1) Пусть и разных знаков.
, , ,
(3)

Гипербола. Кривая второго порядка, которая в некой ПДСК задается уравнением вида называется гиперболой, уравнение (3) – каноническим уравнением гиперболы, а соответствующая ПДСК – канонической.

пара пересекающихся действительных прямых,

Парабола. Кривая второго порядка, которая в некоторой ПДСК задается уравнением вида

(4)
называется параболой, уравнение (4) - каноническим уравнением параболы, а соответствующая система координат – канонической.
Свойства:
1. Парабола имеет ось симметрии, которая называется осью параболы. Ось проходит через фокус и перпендикулярна директрисе.
2. Оптическое свойство. Пучок лучей, параллельных оси параболы, отражаясь в параболе, собирается в ее фокусе. И наоборот, свет от находящегося в фокусе источника отображается параболой в пучок параллельных ее оси лучей.
3. Для параболы фокус находится в точке (0,25; 0).
4. Если фокус параболы отразить относительно касательной, то его образ будет лежать на директрисе.
5. Парабола является антиподерой прямой.
6. Все параболы подобны. Расстояние между фокусом и директрисой определяет масштаб.
7. При вращении параболы вокруг оси симметрии выходит эллиптический параболоид.
8. Эволютой параболы является полукубическая парабола.

2. КРИВЫЕ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Перед рассмотрением кривых 3-го порядка приведем следующие три утверждения:
1. Если кривая 3-го порядка имеет три точки перегиба, они лежат на одной прямой.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Р.Уокер, Алгебраические кривые.- М., 1951
2. Савелов А.А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применения. – М.: ГИФМЛ, 1960.-293с
3. Ершов Л. В. Построение графиков функций : кн. для учителя – М. : Просвещение, 1984. – 80 с.
4. А.И. Маркушевич “Замечательные кривые”; Москва; “Наука”-1978г.
5. Г. Штейнгауз “Математический калейдоскоп”; Москва; ГосТехИздат”-1949г.
6. Г.Н. Берман “Циклоида”; Москва; “ГосТехИздат”-1954г.
7. K. Koyama, U.M. Maurer, T. Okamoto and S.A. Vanstone, “New Public-Key Schemes Based on Elliptic Curves over the Ring Zn”, CRYPTO’ 91 Abstracts, Santa Barbara, CA, pp. 6-1 to 6-7, August 11–15, 1991.
8. N. Demytko. A new elliptic curve based analogue of RSA. In T. Helleseth, edit., Advances in Cryptology – EUROCRYPT ’93, vol.765 of Lect. Notes in Comp.Science, p.40–49. Springer-Verlag, 1994.
9. A.K. Lenstra and H.W. Lenstra, Jnr. “Algorithms in Number theory”, University of Chicago, Department of computer Science, Technical Report # 87-008, 1987.
10. D.M. Bressoud, Factorisation and Primality Testing, Springer-Verlag, New York, 1989.
11. B.S. Kaliski Jr. A chosen message attack on Demytko’s elliptic curve cryptosystem. Journal of Cryptology, 10(1):71–72, 1997.
12. D. Bleichenbacher, M. Joye, J.-J. Quisquarter, A new and optimal chosen-message attack on RSA-type cryptosystems, LNCS 1334, Proc. Information and Communications Security – ICICS’97, Springer-Verlag, (1997), pp.302-313.
13. H.W. Lenstra, Jr. Factoring integers with elliptic curves. Annuals of Mathematics, 126: 649-673, 1987.
14. Höge, H. (1997). The golden section hypothesis: Its last funeral. Empirical studies of the arts, 15(2), 233-255.
15. Bruno, N., Gabriele, V. Tasso, T. & Bertamini, M. (2014). Selfies reveal systematic deviations from known principles of photographic composition. Art & Perception, 2, 45–58. doi: 10.1163/22134913-00002027
16. McManus, I. C. & Weatherby, P. (1997). The golden section and the aesthetics of form and composition: A cognitive model. Empirical studies of the arts, 15(2), 209-232.
17. Makin, A. D. J., Pecchinenda, A., & Bertamini, M. (2012). Implicit affective evaluation of visual symmetry. Emotion, 12(5), 1021-1030. doi:10.1037/a0026924
18. Bar, M. & Neta, M. (2006). Humans Prefer Curved Visual Objects. Psychological Science, 17(8), 645-648.
19. Silvia, P. J., & Barona, C. M. (2009). Do people prefer curved objects? Angularity, expertise, and aesthetic preference. Empirical studies of the arts, 27(1), 25-42.
20. Bar, M. & Neta, M. (2007). Visual elements of subjective preference modulate amygdala activation.

Neuropsychologia, 45(10), 2191-2200.