

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://studservis.ru/gotovye-raboty/referat/322232>

Тип работы: Реферат

Предмет: Дифференциальные уравнения

ВВЕДЕНИЕ 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ 4

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПРИ ВЕЩЕСТВЕННЫХ x . ГЛАВНЫЙ ЧЛЕН

АСИМПТОТИКИ 9

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 12

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 13

ВВЕДЕНИЕ

Большинство физических проблем, с которыми сегодня сталкиваются инженеры, физики и эксперты в области прикладной математики, обнаруживают множество важных особенностей, которые не позволяют им получать точные аналитические решения. Такими особенностями являются, например, нелинейность, переменные коэффициенты, границы сложной формы и нелинейные граничные условия на известных или в некоторых случаях неизвестных границах. Даже если точное решение какой-либо проблемы явно найдено, оно может оказаться бесполезным для математической и физической интерпретации или численных расчетов. Примерами таких задач являются большие функции Бесселя и двоичные периодические функции для больших значений аргументов. Поэтому мы вынуждены прибегать к приближениям, численным решениям или комбинации этих 2-х методов, чтобы получить информацию о решении уравнения. Среди методов аппроксимации в первую очередь необходимо упомянуть метод асимптотических возмущений, который является предметом данного исследования. Согласно этим методам, решение представлено некоторым 1 членом асимптотического разложения, число которых обычно не превышает 2. Разложение может осуществляться по большим или малым параметрам, которые естественным образом встречаются в уравнении или вводятся искусственно для удобства. Такое расширение называется возмущением параметра. С другой стороны, разложение может быть выполнено по координатам больших или малых значений, и в этом случае они называются координатными возмущениями. Глава 1 содержит обозначения, определения и действия для асимптотического разложения. Примеры декомпозиции по параметрам и координатам и их существенные свойства описаны в пунктах. То формализовать концепцию пределов, оценки ошибок, определения символов порядка и другие спецификации представлены в разделе 1.3. Раздел 1.4 содержит определение асимптотического разложения, асимптотической последовательности и степенного ряда, а также Раздел 1.5 содержит сравнение между сходящимся рядом и асимптотическим рядом. Далее в разделе определяются равномерные и неоднородные асимптотические разложения. Краткое описание операции по асимптотическому разложению приведено в разделе. В главе 2 описывается, как изучать асимптотическое поведение решений обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Идея этого метода заключается в преобразовании заданной системы дифференциальных уравнений в специальную форму, называемую L - диагональной. В некоторых случаях такого рода преобразование может быть выполнено путем элементарной линейной подстановки. Построение асимптотического разложения после преобразования решения линейного дифференциального уравнения в L -диагональную форму очень просто. Полезно сделать несколько общих замечаний о характеристиках рассматриваемой функции. Все числовые функции и параметры, о важности которых не делается никаких особых оговорок, в общем случае следует считать сложными. Например, в начале главы 2 предполагается, что коэффициенты и искомые функции дифференциального уравнения являются комплексными значениями в общем случае, когда t является действительным (с полубесконечным интервалом, определенным для t). Определите абсолютную непрерывность этой функции в соответствующем замкнутом интервале, определив суммируемость производных функции в определенном интервале. Везде, где рассматривается система дифференциальных уравнений с суммируемыми коэффициентами, ее решение подразумевает набор абсолютно непрерывных функций, которые удовлетворяют уравнению практически в любом месте заданного интервала.

ГЛАВА 1 – ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Уравнение вида:

$$F(x,y,z,\partial z/\partial x,\partial z/\partial y,(\partial^2 z)/(\partial x^2),(\partial^2 z)/(\partial y^2),(\partial^2 z)/\partial x\partial y)=0$$

Есть дифференциальное уравнение 2-го порядка с 2 переменными x и желаемой функцией z от y .

Уравнения математической физики линейны, в отличие от уравнений с общей формой частных производных порядка 2, т.е. они линейно зависят от искомой функции и ее частных производных. Например, для 2 независимых переменных они имеют вид:

$$A(x,y) (\partial^2 z)/(\partial x^2) + 2B(x,y) (\partial^2 z)/\partial x\partial y + C(x,y) (\partial^2 z)/(\partial y^2) + D(x,y) \partial z/\partial x + E(x,y) \partial z/\partial y + G(x,y)z = F(x,y)$$

Уравнение называется однородным, если $F(x,y) \equiv 0$, если $F(x,y) \neq 0$, то уравнение называется неоднородным.

Обозначаем левую часть уравнения через $L(z)$, тогда можно записать в виде:

$$L(z) = F(x,y).$$

Соответствующее однородное уравнение примет вид:

$$L(z) = 0.$$

$L(z)$ - линейный дифференциальный оператор. Самостоятельно проверить свойства линейности оператора $L(z)$.

Следующее утверждение непосредственно следует свойству линейности оператора $L(z)$:

Теорема 1.1. Если $Z(x,y)$ является решением линейного однородного уравнения, то функция $CZ(x,y)$ также является решением уравнения, а C - любая постоянная.

Теорема 1.2. Если $Z_1(x,y)$ и $Z_2(x,y)$ являются решениями линейных однородных уравнений, то сумма $Z_1(x,y) + Z_2(x,y)$ также является решением этого уравнения.

Следствие. Линейная комбинация с произвольными постоянными коэффициентами k решений уравнения $\sum_{i=1}^n k_i Z_i(x,y)$ также является решением этого уравнения.

В отличие от обычных линейных однородных дифференциальных уравнений с конечным числом линейно независимых частных решений, линейная комбинация дает общее решение этого уравнения, но уравнение в частных производных может иметь бесконечный набор линейно независимых частных решений.

Например уравнение:

$$\partial z/\partial x = 0$$

имеет общее решение $z = \phi(y)$, поэтому его решениями будут, например, функции $1, y, y^2$,

Для линейного неоднородного:

$$L(z) = F - \text{уравнения справедливы.}$$

Теорема 1.3. Если $z(x,y)$ - решение линейного неоднородного уравнения, а $s(x,y)$ - решение соответствующего однородного уравнения, сумма $z(x,y) + s(x,y)$ также является решением неоднородного уравнения.

Теорема 1.4. Если $z_1(x,y)$ - решение уравнения $L(z) = F_1$, а $z_2(x,y)$ - решения уравнения $L(z) = F_2$, то сумма $z_1(x,y) + z_2(x,y)$ является решением уравнения $L(z) = F_1 + F_2$.

Рассмотрим классификацию дифференциальных уравнений 2-го порядка с 2 независимыми переменными.

Определение. Линейное дифференциальное уравнение второго порядка в некоторой области Ω на плоскости xOy называется:

гиперболическим в Ω , если $\Delta = B^2 - AC > 0$ в Ω ;

эллиптическим в Ω , если $\Delta = B^2 - AC < 0$ в Ω ;

параболическим в Ω , если $\Delta = B^2 - AC = 0$ в Ω .

Простейшим из гиперболических уравнений является волновое уравнение:

$$(\partial^2 u)/(\partial t^2) = a^2 (\partial^2 u)/(\partial x^2).$$

Это обнаруживается в проблемах, связанных с процессом вибрации. Простейшим из уравнений

эллиптического типа является уравнение Лапласа

$$(\partial^2 u)/(\partial x^2) + (\partial^2 u)/(\partial y^2) = 0.$$

Интеграл этого уравнения достигается при изучении стационарных процессов.

Простейшим уравнением параболического типа является уравнение теплопроводности (уравнение Фурье):

$$\partial u/\partial t = a^2 (\partial^2 u)/(\partial x^2).$$

Вазов, В. Асимптотическое разложение решений обыкновенных дифференциальных уравнений / В. Вазов - М.: Мир, 1968.

2. Зайцев, В. Ф. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин - М.:

Физматлит, 2001. - 576 с.

3. Калинин, В.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения (пособие для практических занятий) / В.В.Калинин - Издательство ФГУП "Нефть и газ" Российский государственный университет нефти и газа им. Губкина, 2005. Страница 68
4. Камке, А. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / А.Камке - М.: Наука, 1976.
5. Коддингтон, Э.А. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / Коддингтон Э.А. Н. Левинсон М.: ИЛ, 1958.
6. Краснов, М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи и примеры с подробными решениями / М.Л.Краснов, А.И. Киселев, Макаренко М.: Изд-во УРСС, 2002. Страница 256
7. Кузьмина, Р.П. Асимптотические методы для обыкновенных дифференциальных уравнений / Р.П.Кузьмина - М.: Унифицированный УРСС, 2003.
8. Матвеев, Н. и др. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. / Н.Матвеев-М.: Высшая школа, 1967.-557
Метод возмущения / А.Найфе - М.: Мир, 1976.
9. Пантелеев, А.В. Примеры и обыкновенные дифференциальные уравнения в задачах / А.В.Пантелеев, А.С.Якимова, А.В.Босов-М.: Издательство МАИ, 2000.-380
10. Понтрягин Л.С. Асимптотическое поведение решений систем дифференциальных уравнений с меньшими параметрами при более высоких производных, Труды Академии наук СССР, серия метем, 21 (1957).
11. Пушкарь Е.А. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. - М.: МГИУ, 2007. Страница 254
12. Рапопорт, И.М. О некоторых асимптотических методах в теории дифференциальных уравнений / И.М.Рапопорт - Киев: Академия наук Украинской ССР, 1954.
13. Рапопорт И.М. Асимптотическое ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ДАН СССР, КИЕВ, 1951
- Самойленко, А.М. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи / А.М.Самойленко, С.А.Кривошея, Н.А. Перестюк -М.: Высшая школа, 1989. Страница 383
14. Тамаркин Д.О некоторых общих задачах теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений и разложении любой функции в ряды / Я.Д.Тамаркин Санкт-Петербург, 1971
15. Федорюк, М.В. Асимптотический метод линейных обыкновенных дифференциальных уравнений / М.В.Федорюк -М.: Наука, 1983.
16. Фещенко, С.Ф. Асимптотический метод в разработке линейных дифференциальных уравнений / С.Ф.Фещенко, Н.И.Шкиль, Л.А.Д.Николенко - Киев: Научная думка, 1966.
17. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Мир, 1970.
18. Эльшольц, Л.Е. Исчисление дифференциальных уравнений и вариаций / Л.Е.Эльшольц - М.: Наука, 1969. Страница 424

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://studservis.ru/gotovye-raboty/referat/322232>