

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://studservis.ru/gotovye-raboty/kontrolnaya-rabota/55235>

Тип работы: Контрольная работа

Предмет: Линейная алгебра

1. Выяснить, будет ли линейно-зависимой данная система векторов:
2. Узнать, является ли вектор $b = [0, 1, 3]$ линейной комбинацией векторов системы:
3. При каких значениях k система векторов будет линейно-зависимой?
4. Найти какой-либо базис системы векторов и выразить через него все векторы системы:
5. Найти значение ранга системы векторов в зависимости от значения параметра
6. Найти ранг матрицы:
7. Найти значение ранга матрицы при всевозможных значениях параметра t .

1. Найдем ранг соответствующей матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 14 \\ 7 & 4 & -2 & 1 \\ 3 & 14 & 0 & -25 \end{pmatrix}$$

Если ранг матрицы будет меньше 3, то система линейно зависима.

Если ранг матрицы 3, то система векторов линейно не зависима.

Преобразования, не изменяющие ранга матрицы.

- 1) Умножение любой строки на не равное нулю число.
- 2) Прибавление к любой строке другой строки, умноженной на некоторое число.
- 3) Перестановка любых двух строк.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 14 \\ 0 & 11 & 19 & -97 \\ 0 & 17 & 9 & -67 \end{pmatrix}$$

- 1) Прибавим к второй строке первую, умноженную на -7.
- Прибавим к третьей строке первую, умноженную на -3.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 14 \\ 0 & 11 & 19 & -97 \\ 0 & 17 & 9 & -67 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим в матрице минор третьего порядка

$$| \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 11 & 19 \\ 0 & 17 & 9 \end{pmatrix} | = 11 \cdot 9 - 19 \cdot 17 = -224$$

В матрице имеется минор третьего порядка, не равный нулю, следовательно ранг матрицы равен 3.

Система векторов линейно независима.

Ответ. Линейно независима.

2. РЕШЕНИЕ

Вектор b будет линейной комбинацией векторов системы, если система векторов линейно не зависима, но вместе с вектором b она линейно зависима.

а) Докажем, что система векторов (a_1, a_2) линейно независима. Составим матрицу системы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

В матрице имеется не равный нулю минор второго порядка

$$|\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}| = 1 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) = 7$$

Следовательно, ранг матрицы равен 2.

Отсюда следует, что система векторов (a_1, a_2) линейно независима.

б) Рассмотрим матрицу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Выполним преобразование. Прибавим к второй строке первую, умноженную на 2.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 7 & 13 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Минор третьего порядка равен $7 \cdot 3 - 13 \cdot 1 = 8$

не равен нулю, следовательно, ранг матрицы равен 3.

Вектор b НЕ является линейной комбинацией векторов системы.

Ответ:

не является.

-

Эта часть работы выложена в ознакомительных целях. Если вы хотите получить работу полностью, то приобретите ее воспользовавшись формой заказа на странице с готовой работой:

<https://studservis.ru/gotovye-raboty/kontrolnaya-rabota/55235>